



INSTITUT  
arquitecte  
MANUEL RASPALL  
CARDEFEU

# El meu número



*Nombres parells.* Ariadna Ramos  
Concurs fotografia matemàtica ABEAM

## Matemàtiques, 3r ESO

## ESTADÍSTICA

En aquesta unitat didàctica volem aprendre a establir criteris per tal de classificar a les persones en grups. Aquest tipus de classificacions són de gran utilitat a la nostra societat. Veiem un exemple molt senzill:

Imaginem que tenim una botiga de sabates i volem fer una comanda per a la nova temporada. Creus que haurem d'encarregar la mateixa quantitat de sabates de cada talla? La resposta és evident: NO. El motiu és clar, hi ha molts més homes que fan, per exemple un 43 de calçat que no pas un 39 o moltes més dones que fan un 39 que un 48. Si adquirim 10 sabates de cada, aviat vendríem totes les del 43 per a homes i els 39 per a dones i quedarien a la botiga gairebé totes les del 39 per a homes i els 48 per a dones.

Tenir uns criteris matemàtics clars que em permetin decidir, per exemple, quina quantitat de sabates de cada talla he de fabricar és una informació importantíssima pel món empresarial. Un cop haguem après aquestes tècniques matemàtiques podrem aplicar-les a molts altres contextos socials, i empresarials.

### *A. LA TALLA DE LES SABATES*

#### **Com escollir la talla correcta?**

No hi ha dubte que la millor manera de triar la talla correcta és provar el calçat. Però moltes vegades no tenim aprop una botiga que vengui el calçat que volem comprar i hem de fer-ho a distància. Aquesta pretén ser una petita guia per encertar a l'hora de demanar el calçat per Internet.

Per a les marques que fan servir talles europees, el sistema és molt senzill (està regulat per la norma UNE 59850: 1998, d'Aenor): a la mesura del peu en centímetres se li suma 1cm i el resultat es multiplica per 1,5.

El fet de sumar 1cm a la mesura del teu peu és perquè en caminar, el peu s'estira en trepitjar el terra, de manera que la sabata ha de ser una mica més gran que el peu (aproximadament 1 cm, és a dir, que si fas el peu el més endavant possible, t'ha de cabre un dit a la part posterior).

Per exemple, si el teu peu mesura 25 cm, la teva talla seria  $(25 + 1) \cdot 1,5 = 39$ .

Una informació extra és que, a Europa, la diferència entre talla i talla és de 6,67 mm. Això s'anomena "punt de París".

#### **Com mesurar el peu?**

Poseu el peu sobre un full blanc i apropau-lo el màxim possible a la paret. Mesurar un peu és molt semblant a mesurar a una persona. Molts recordem que, quan érem nens, ens posaven de peu al costat d'una paret i ens col·locaven un llibre sobre el cap, marcant amb un llapis l'altura en la pròpia paret. Després n'hi havia prou amb mesurar la distància des del terra fins a la marca. Doncs bé, el sistema és molt similar. Es tracta de posar el peu contra

una paret i, amb un llibre, marcar el lloc fins al qual arriba. Després, mesurar la distància. És important prendre aquesta mesura amb mitjans similars als que van a usar-se amb el calçat que volem comprar. També és important mesurar els dos peus i triar la mida més gran (molt poques persones tenen els peus idèntics). En qualsevol cas, perquè la mesura sigui correcta cal estar de peu i amb el pes del cos repartit entre els dos peus. A les fotografies es pot veure el sistema apropiat de mesura. Es pot utilitzar un full en blanc, però és important que estigui just contra la paret i no es mogui.



- A.1.** Llegeix el text anterior i comprova si es cert el que diu mesurant el teu peu i calculant el número de calçat que et correspondria.
- A.2.** Calcula entre quines mesures de peu els hi correspon cada una de les talles. Comença des del número 35 fins el 47. Escribe els resultats utilitzant el llenguatge matemàtic dels intervals\*

\* Un **interval** (o **classe**) és un parell de números posats amb parèntesis i claus que indiquen els valors entre els quals fem una agrupació determinada:

per exemple les persones que fan la talla 35 tenen la mesura del peu entre 22 cm inclòs i 22'67 exclòs per tant direm que estan dins de l'interval [22, 22'67)

- A.3.** Cada un de la classe ha de mesurar el peu a uns 5 adults. Ajunteu totes les dades de la classe i ompliu una taula com la següent. Els nois feu una taula amb les dades d'home i les noies amb les dades de dona.

Classe	Talla	Marca x	Freqüència absoluta f	Freqüència relativa F	Percentatge %
[22, 22'67]	35	22'33			

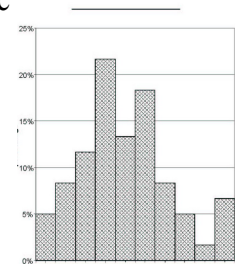
- Classe = intervals entre de dades entre les quals hi ha les mesures que corresponen a cada talla (càlcul de l'exercici A2)

- Talla. La talla corresponen a cada interval
- Marca = és el valor que està just en mig dels dos límits de l'interval. Per calcular-ho fem la seva mitjana. Per exemple la marca per la talla 35 la calculem fent:

$$\frac{22 + 22.667}{2} = 22.3335$$

- Freqüència absoluta = és la quantitat total del persones que heu trobat entre aquestes mesures de peu
- Freqüència relativa = és el tant per cent d'individus de cada interval o talla. Per a fer-ho hem de dividir la freqüència absoluta pel total d'individus que hi ha, es a dir la suma de les freqüències absolutes. (La freqüència relativa normalment s'escriu en percentatge.)

**A.4.** Fes un gràfic amb les dades de la freqüència relativa. El tipus de gràfic que has de fer es diu HISTOGRAMA. I ha de ser similar al de la imatge. Recorda que és molt important que posis NOM ALS EIXOS I TÍTOL.



**A.5.** Observa ara el gràfic i les dades. Imagina que tens una botiga de sabates i has de comprar 40 sabates. Quantes sabates de cada talla compraries? Explica raonadament per què.

En realitat necessitem una eina matemàtica més poderosa. Una eina que normalitzi la quantitat de sabates a comprar i que no depengui de la casualitat en la mostra de persones que hem mesurat. Anem a veure com podem obtenir aquesta normalització.

### B. Estadística amb calculadora

La calculadora per fer les operacions ha de conèixer quines són les dades del problema. La primera cosa a fer és, doncs, introduir les dades. Començarem posant la calculadora al MODE ESTADÍSTIC. A algunes calculadores s'ha de seguir la seqüència MODE  $\bullet$  ; a d'altres s'ha de pitjar la tecla MODE i es busca l'opció SD dins del menú que apareix; en les més modernes cal triar aleshores 1-VAR. El més important és que han d'aparèixer a la pantalla de la teva calculadora les lletres SD. Quan ja no treballes amb l'estadística has de fer que la calculadora torni al MODE COMP que, normalment, es fa teclejant MODE 1 o fent ús del menú que surt al pitjar la tecla MODE.



**B.1.** Fes proves a la teva calculadora. Fixa't com apareix i desapareix de la pantalla el símbol SD. Escribeu la seqüència de la teva calculadora per posar-la en MODE SD i para tornar-la al MODE COMP.

**B.2.** Amb la calculadora amb mode SD i amb l'ajuda del/a professor/a de matemàtiques o amb el manual, investiga com es fa per introduir a la calculadora les teves dades estadístiques i com després en poden treure els resultats que ens interessin. Recordeu al finalitzar que cal netejar les memòries i torna la calculadora al mode normal. Per tal de tenir-ne un resum podeu omplir la taula següent:

Pregunta a respondre	seqüència de tecles dependent del model	Símbol	Resultat amb la calculadora
Quantes dades hem introduït?		$n$	
Quina és la suma total de totes les dades?		$\Sigma x$	
Quina és la suma total de les dades cadascuna elevada al quadrat?		$\Sigma x^2$	
Quina és la mitjana aritmètica d'aquestes dades?		$\bar{x}$	
Quina és la quasi desviació típica dels valors respecte de la mitjana?		$\sigma_{n-1}$	
Quina és la desviació típica dels valors respecte de la mitjana?		$\sigma_n$	

**B.3.** Calculeu la mitjana i la desviació típica de les dades que teniu a la taula de les mesures dels peus. Per tal d'introduir les dades considerarem que tots els individus que estan dins un interval fan la mateixa mesura del peu, una mesura «intermitja»: la «marca» de la classe.

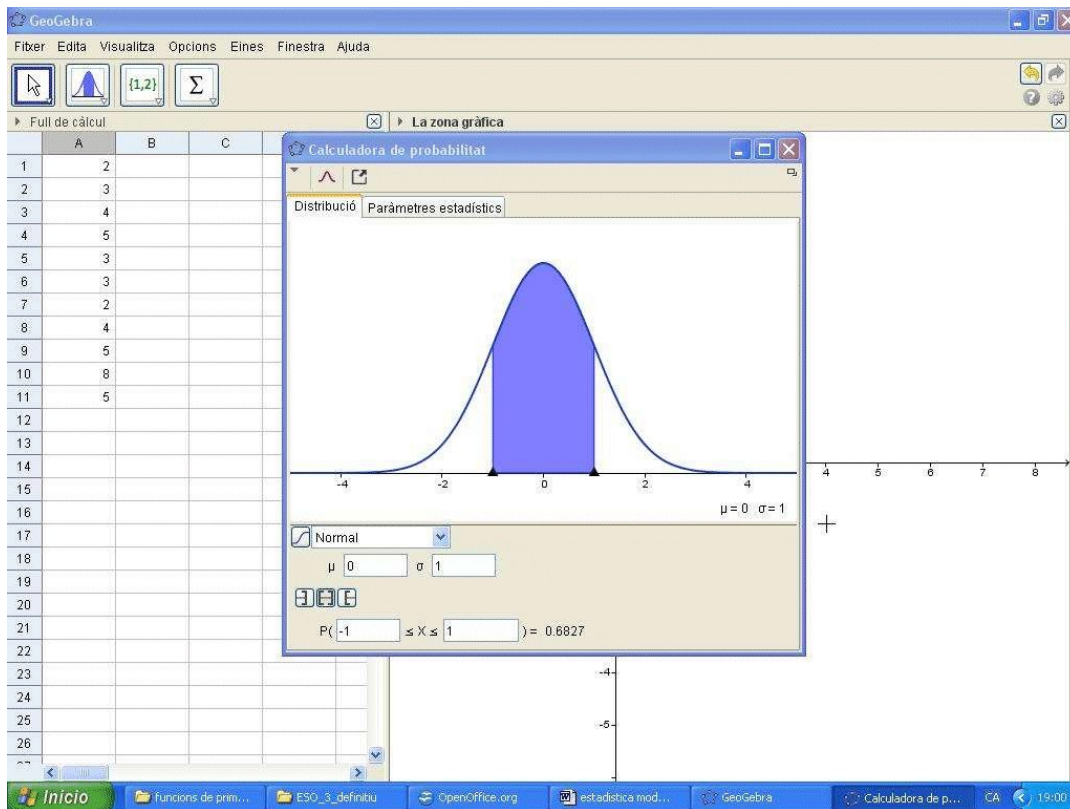
**B.4.** La **desviació típica o desviació estàndard** ens indica, a primer cop d'ull, entre quins valors estan el 68 % dels individus. Així si a la mitjana si restes i li sumes la desviació típica obtindràs els valors entre els quals hi ha aquest 68 % d'individus.

Entre quines mesures de peu hi ha el 68 % de les persones?

### C. La normalització de les dades

En realitat la desviació tipus ens dona una informació molt més potent. Ens permet Normalitzar les dades obtingudes amb una mostra que «irregular». Veiem com podem saber per fi quantes sabates necessitem de cada talla:

Amb el programa GeoGebra podeu utilitzar el full de càlcul que té incorporada per posar-hi totes les dades. Seguidament de la segona icona triem la calculadora de probabilitats i obtindreu aquesta pantalla:



Una vegada us assegureu que tenim normal activada donant-li la mitjana i la desviació típica et dóna els tant per u entre dos valors qualsevol. Per trobar el percentatge sols cal multiplicar per 100.

**C.1.** Utilitzant el GeoGebra calculeu quina quantitat de sabates de cada talla necessitaríem per optimitzar les vendes.

### D. Una mica de vocabulari i de conceptes estadística

Abans de continuar necessitem dominar el vocabulari propi de l'estadística així com alguns dels seus conceptes bàsics

El problema de les sabates és un problema estadístic en el que el conjunt de tots els peus de totes les persones és la **població** que estem estudiant (fixa't que he dit els peus, no les persones). Cada peu és un **individu** de la població. D'aquesta població (els peus) ens interessa una **característica** concreta: la seva mida. Com que no podem mesurar tots els peus de totes les persones del món, mesurem únicament els peus d'una **mostra** de la qual cal que sigui una **mostra representativa**. Per exemple, si per fabricar sabates mesurem únicament peus de jugadors de bàsquet després difícilment els podrem vendre, ara bé si la mostra és representativa sí que podem **extrapolar** els resultats a tota la població.

**D.1.** Llegeix el text anterior i explica què creus que en un estudi estadístic significa la paraula **població**

**D.2.** Explica què creus que significa la paraula **individu**

**D.3.** Explica què creus que significa la paraula **característica**

**D.4.** Explica què creus que significa la paraula **mostra**

**D.5.** Explica què creus que significa **mostra representativa**

**D.6.** Per què creus que diu que els jugadors de bàsquet no son una mostra representativa?

**D.7.** Escribe tres exemples diferents de possibles estudis estadístics, digues quina seria la **població**, quina la **característica** i com podem triar una bona **mostra**.

**D.8.** Corregeix l'exercici entre tots i apunta al menys dos exemples més que hagin dit els teus companys.

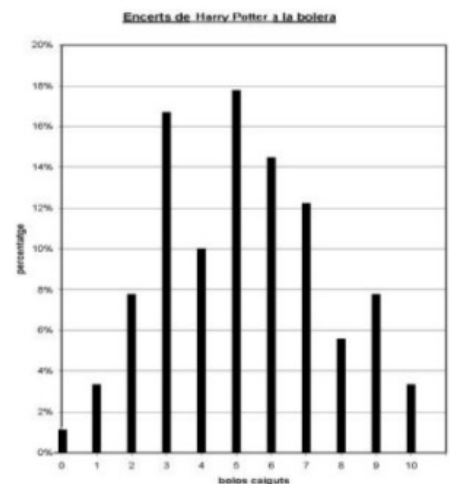
### Tipus de característiques o variables estadístiques

#### Variable discreta

Pensa en un jugador de bitlles,

Bitlles tirades	Freqüència absoluta	Freqüència relativa
0	1	1,11%
1	3	3,33%
2	7	7,78%
3	15	16,67%
4	9	10%
5	16	17,78%
6	13	14,44%
7	11	12,22%
8	5	5,56%
9	7	7,78%
10	3	3,33%
<b>Total tirades=</b>	<b>90</b>	<b>100%</b>

←  $\frac{1}{90} = 0,0111 = \frac{1,11}{100} = 1,11\%$   
 ← La resta de percentatges es calculen d'una manera similar

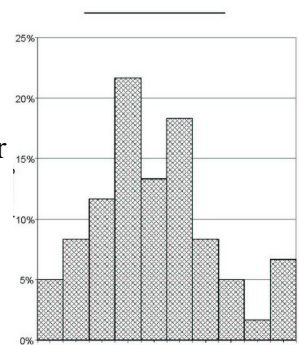




mai podrà fer caure una quantitat decimal de bitlles, per exemple fer caure 3,7 bitlles. O bé fem caure 3 bitlles o bé 4 bitlles, però no hi ha cap possibilitat de tirar-ne alguna entre el 3 i el 4. A aquest tipus de caràcter l'anomenem variable discreta i el gràfic que requereix és un diagrama de barres, en el que les barres han d'estar separades. A l'exemple de les bitlles la barra neix del 3, o del 4 però no hi ha res entre el 3 i el 4. Recorda que el gràfic sempre es fa amb percentatge.

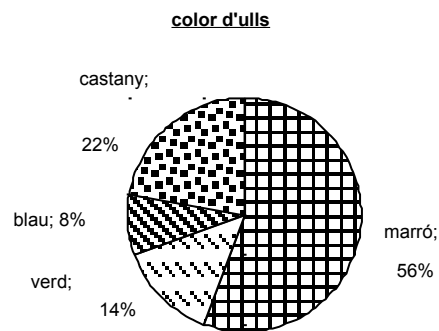
### Variable continua

En el cas de les mesures dels peus tots els valors són possibles. Per tant, hem d'agrupar els valors en grups (en l'estadística aquests grups s'anomenen classes). Aquest tipus de caràcters reben el nom de **variable contínua** i el gràfic que requereixen s'anomena histograma. En un histograma els rectangles han d'estar junts perquè, de fet, tots els valors són possibles, i per tant el rectangle ha d'abastar tot el seu interval de valors que representa. A l'exemple el rectangle de  $[21, 22.67)$  comença realment al nombre 21 i acaba al 22.66, però la classe  $[22.67, 23.33)$  comença a 22.67 per tant per força s'ha de tocar amb el rectangle de d'interval anterior.



### Variable no numèrica: variable qualitativa

De vegades els caràcters són de tipus **no numèrics**, per exemple si fem una estadística esbrinant el color d'ulls dels alumnes d'una classe. Les respostes possibles: marró, blau, verd i castany no són pas números. En aquests cassos s'acostuma a fer un diagrama de sectors:



**D.9.** Escribe 5 exemples de variable discreta, 5 de variable contínua i 5 de variable no numèrica.

### E. Càlcul dels paràmetres estadístics a ma

Ja hem vist com podem calcular els paràmetres estadístics amb calculadora. Veiem ara, com fer-ho a ma i com podem programar-ho en un full de càlcul.

Per fer els càlculs cal omplir la taula següent. A la fila de sota cal fer la suma de tots els valors de la columna corresponent. El símbol que s'utilitza per expressar aquesta suma és la lletra grega "sigma"  $\Sigma$ .

Dades o marca de la classe	Freqüència absoluta			
$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
$x_1$	$n_1$	$x_1 \cdot n_1$	$x_1^2$	$x_1^2 \cdot n_1$
$x_2$	$n_2$	$x_2 \cdot n_2$	$x_2^2$	$x_2^2 \cdot n_2$
.	.			
.	.			
.	.			
$x_k$	$n_k$	$x_k \cdot n_k$	$x_k^2$	$x_k^2 \cdot n_k$
<b>Suma =</b>	<b>N</b>	$\sum_{i=1}^k x_i n_i$		$\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i$

La quantitat total de dades és  $N = \sum_{i=1}^n n_i$

La mitjana és calcula fent  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{N}$

La fórmula per calcular la desviació típica és  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2}$

Exemple: L'Andreu ha fet un total de 20 exàmens de història durant el curs. Amb els següents resultats: 6 cops ha tret un 4, 8 cops un 5, 4 cops un 6 i 2 cops un 7. La taula que descriu la seva situació estadística de l'assignatura

Notes $x_i$	Quantitat $n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
4	6	24	16	96
5	8	40	25	200
6	4	24	36	144
7	2	14	49	98
<b>Suma =</b>	<b>20</b>	<b>102</b>		<b>538</b>

La quantitat total de dades és  $N = \sum_{i=1}^n n_i = 20$

La mitjana és calcula fent  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{N} = \frac{102}{20} = 5,1$

La fórmula per calcular la desviació tipus és

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{538}{20} - 5,1^2} = \sqrt{26,9 - 26,01} = \sqrt{0,89} \approx 0,94$$

**E.1.** Les notes d'un examen de matemàtiques han estat les següents. Calcula la mitjana i la desviació tipus.

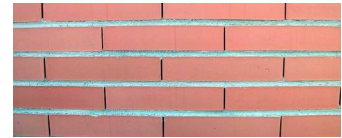
$x_i$	$n_i$			
2	1			
3	1			
4	2			
5	3			
6	0			
7	2			
8	1			

**E.2.** Introdueix aquestes dades en un full de càlcul i fes que aquest faci tots els càlculs automàticament. Fes també un gràfic de barres amb l'ordinador.

**E.3.** Calcula a ma la mitjana i la desviació tipus de la mida dels peus del exercici inicial. Fes-ho també amb un full de càlcul. Comprova que et surt el mateix de les tres maneres: Calculadora, a ma i amb full de càlcul

## F. Practiquem un mica

**F.1.** L'arquitecte que va dissenyar l'ampliació de l'Institut Arquitecte Manel Raspall i del seu bessó l'Institut El Sui volia un edifici que es diferenciés de la resta dels del poble. Va exigir que els totxos cara vista no tinguessin separació lateral entre ells. Observa com sols hi ha ciment entre els totxos superior i inferior, però no a dreta i esquerra. Aquest tret va augmentar les dificultats de la construcció i els seus costos. Resulta que els totxos, fets amb fang cuit, no són iguals i l'atzar feia que diferents fileres de totxos tinguessin diferents longituds totals. Per evitar-ho havien de rebutjar els totxos més curts i els més llargs. La mitjana de longitud dels totxos és de 28,5 cm amb una desviació tipus de 0,4 cm. Els paletes van veure que era millor posar sols totxos entre 28 i 29 cm de longitud. Quin percentatge de totxos van haver de rebutjar?



**F.2.** L'alçada i l'edat dels jugadors de Los Angeles Lakers i dels Chicago Bulls de la NBA els tens en aquestes taules.

<b>L.A.L.</b>	<b>edat</b>	23	25	28	32	30	30	30	31	30	30	27	22
	<b>alçada</b>	2.10	2.15	2.05	2.05	2.06	1.93	1.88	1.95	2.07	1.87	2.08	1.94

<b>CH.B.</b>	<b>edat</b>	25	34	26	31	26	28	30	31	26	26	24	22
	<b>alçada</b>	1.87	2.15	2.08	1.88	1.95	1.98	2.03	1.88	2.13	2.00	2.10	2.05

- Calcula la mitjana i la desviació tipus de l'alçada de cada equip.
- Pel que fa a l'alçada, quin creus que és millor equip?
- Calcula la mitjana i desviació tipus de l'edat de cada equip.
- Pel que fa a edat, quin creus que és millor equip?

### G. *Sondeigs i experiments*

El dia 27 de gener hem visitat la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC per assistir al taller «**L'estadística és alguna cosa més que les estadístiques?**» Ens van explicar que l'estadística permet estimar el nombre de peixos que hi ha en un llac, encara que les aigües siguin tèrboles, o els taxis que hi ha en una ciutat sense demanar-ho a l'ajuntament. També vam poder entendre perquè es donen coincidències que semblen impossibles. A la xerrada vam descobrir possibilitats i limitacions de l'estadística d'una manera entretinguda i amb la participació de tothom.

**G.1.** Escribeu els exemples que ens van explicar durant la xerrada

**G.2.** Explica la pràctica que vas fer

Hem treballat l'exercici de les talles de les sabates i hem anat a la universitat perquè ens expliquessin què pot fer realment l'estadística. Ara us toca treballar com treballen els matemàtics que fan estadístiques i haureu de proposar el vostre estudi estadístic que fareu en grup.

**G.3.** Descriu breument els problemes que et planteja la professora.

**G.4.** Discussiu amb el vostre grup i trieu un dels problemes exposats o bé descriu-ne un de nou.

**G.5.** Busqueu una pregunta que sigui el títol del teu treball. L'estudi i l'experiment que facis haurà de respondre aquesta pregunta. Per exemple en el cas de les sabates la pregunta seria: per a la nova temporada, quantes sabates de cada talla haurem d'encarregar? També podeu pensar en títols més enginyosos!

**G.6.** Defineix l'objectiu de l'estudi estadístic

**G.7.** Explica com recolliràs les dades

**G.8.** Fes tots els càlculs estadístics necessaris. (Recorda les eines que hem treballat: calcular a mà, amb la calculadora o amb un full de càlcul)

**G.9.** Escribeu els resultats obtinguts

**G.10.** Escribeu les conclusions de l'estudi

**G.11.** Fes un informe de grup del treball realitzat:

El vostre treball de grup es pot basar amb el següent guió:

- 1. l'objectiu de l'estudi,**
- 2. la manera com es porta a terme la recollida de les dades**  
(segons el cas: disseny de l'enquesta i elecció dels individus enquestats, disseny i desenvolupament l'experiment, referència a la font de les dades i explicació del significat d'aquestes)
- 3. la descripció i anàlisi de les dades,**
- 4. els resultats obtinguts i**
- 5. les conclusions de l'estudi.**

**G.12.** Finalment prepara una presentació de 10' per fer-la a classe.

**G.13.** Recull informació dels estudis estadístics dels altres grups de classe. De cada presentació cal que anotis la següent informació:

- Títol
- Autors
- Objectiu
- Recollida de dades
- Càlculs estadístics
- Resultats
- Conclusions
- Avaluació de l'estudi estadístic

Es valorarà especialment:

- L'originalitat del tema escollit.
- La claredat amb què s'especifica l'objectiu del treball.
- L'aplicació de l'estadística en el disseny la recollida de dades.
- La correcta descripció estadística de les dades.
- L'anàlisi estadística de resultats.
- Les conclusions del treball, d'acord amb els objectius d'aquest.
- L'anàlisi crítica del treball desenvolupat (què es podria haver fet millor?) i possibles extensions d'aquest.
- L'informe final (redacció, estructura, elecció apropiada de taules i gràfics, etc.)
- El fitxer de la presentació.